

Exercice 1.

1. On calcule $E(X)$.

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^5 x_i \times P(X = x_i) \\ &= 1 \times 0,1 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,2 + 4 \times 0,2 + 5 \times 0,2 \\ &= 3,1 \end{aligned}$$

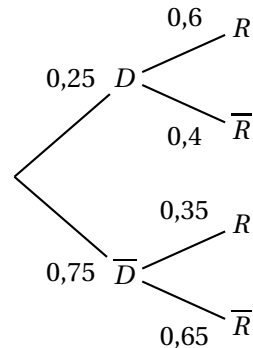
2. De même pour $V(X)$:

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{i=1}^5 x_i^2 \times P(X = x_i) - E(X)^2 \\ &= 1^2 \times 0,1 + 2^2 \times 0,3 + 3^2 \times 0,2 + 4^2 \times 0,2 + 5^2 \times 0,2 - 3,1^2 \\ &= 1,69 \end{aligned}$$

Enfin $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ donc $\sigma(X) = 1,3$.

Exercice 2.

1. (a) On modélise la situation avec un arbre pondéré :



Les événements D et $\bar{D}$ forment une partition de l'univers, donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(D \cap R) + P(\bar{D} \cap R) \\ &= P(D) \times P_D(R) + P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(R) \\ &= 0,25 \times 0,6 + 0,75 \times 0,35 \\ &= 0,4125 \end{aligned}$$

La probabilité que Stéphanie réussisse un tir est bien égal à 0,4125.

(b) On a :

$$\begin{aligned} P_R(\bar{D}) &= \frac{P(\bar{D} \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,75 \times 0,35}{0,4125} \\ &\approx 0,64 \end{aligned}$$

Sachant que Stéphanie réussit son tir, la probabilité que ce soit un tir à trois points est environ égale à 0,64 (au centième près).

2. (a) On répète 10 fois de façon identique et indépendante l'épreuve de Bernoulli dont le succès est « Stéphanie réussit un tir à trois points » de probabilité $p = 0,35$. La variable aléatoire X désignant le nombre de succès parmi les 10 répétitions, X suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,35$.

(b) $E(X) = np$ soit $E(X) = 10 \times 0,35$ soit $E(X) = 3,5$: si Stéphanie répète un grand nombre de séries de dix tirs, en moyenne sur dix tirs, elle en marquera 3,5 à trois points.

(c) Si Stéphanie rate 4 tirs ou plus, elle en convertit alors au plus 6 sur les 10 tirs.

On cherche donc $P(X \leq 6)$ et ce calcul se fait directement à la calculatrice : $P(X \leq 6) \approx 0,97$ donc la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus est environ égale à 0,97.

(d) Si Stéphanie rate au plus 4 tirs, elle en réussit au moins 6 sur les 10 tentatives et ainsi on cherche donc $P(X \geq 6)$.

Or $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$.

En utilisant la calculatrice on trouve $P(X \geq 6) \approx 0,09$ donc la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs est environ égale à 0,09.

3. Dans cette configuration X suit la loi binomiale de paramètres n inconnu et $p = 0,35$.

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X = 0) \\ &= 1 - \binom{n}{0} \times 0,35^0 \times 0,65^n \\ &= 1 - 0,65^n \end{aligned}$$

On cherche le plus petit entier naturel n tel que $1 - 0,65^n \geq 0,99$.

À la calculatrice : $1 - 0,65^{10} < 0,99$ et $1 - 0,65^{11} > 0,99$ donc on retient $n = 11$ et donc Stéphanie doit tenter 11 tirs.