

## ★☆☆☆☆ Exercice 1.

• **Question 1.** Les bras de la parabole sont orientés vers le bas donc  $a < 0$  :  $a$  strictement négatif.

• **Question 2.** L'abscisse du sommet de la parabole est négative donc  $\alpha$  est strictement négatif.

• **Question 3.** Le réel  $c$  s'obtient en calculant  $P(0)$ .

En effet  $P(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = c$ .

Or  $P(0) = 1$  donc le réel  $c$  est strictement positif.

• **Question 4.** On sait que  $\alpha = -\frac{b}{2a}$  donc  $b = -2\alpha a$ .

Or  $a < 0$  et  $\alpha < 0$  donc  $b$  est le produit de trois quantités strictement négatives :  $b$  est strictement négatif.

• **Question 5.** Le réel  $\beta$  est l'ordonnée du sommet de la parabole.

On a ici  $\beta > 0$  ; le réel  $\beta$  est strictement positif.

## ★☆☆☆☆ Exercice 2.

1. On a  $\overrightarrow{MT} \begin{pmatrix} x_T - x_M \\ y_T - y_M \end{pmatrix}$  donc  $\overrightarrow{MT} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

On a  $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{BF}$  donc le quadrilatère  $MTFB$  est un parallélogramme.

2. Le quadrilatère  $MTFB$  est un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu  $K$ .

$K$  est donc le milieu du segment  $[BT]$  ou celui de  $[MF]$ . En utilisant la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment on trouve  $K(-1; 5)$ .

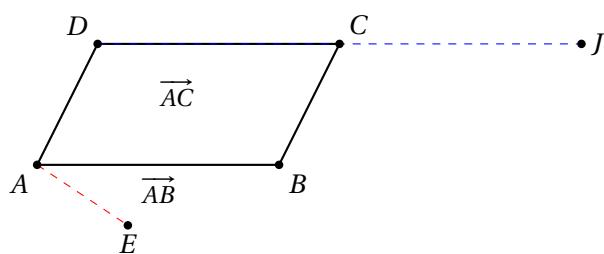
3. Les points  $B$ ,  $L$  et  $T$  sont alignés si et seulement les vecteurs  $\overrightarrow{BL}$  et  $\overrightarrow{BT}$  sont colinéaires.

Or  $\overrightarrow{BL} \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BL} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

On remarque que  $\overrightarrow{BL} = 2\overrightarrow{BT}$  : les vecteurs  $\overrightarrow{BL}$  et  $\overrightarrow{BT}$  sont bien colinéaires et les points  $B$ ,  $T$  et  $L$  sont alignés.

## ★★★★☆ Exercice 3.

1. Voici la figure en question :



2. Dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ , on commence par déterminer les coordonnées des points  $A$ ,  $C$ ,  $E$  et  $J$ .

Or,

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, E \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ et } J \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{EJ} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$  : on remarque que  $\overrightarrow{EJ} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$  : les vecteurs  $\overrightarrow{EJ}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires donc les droites  $(AC)$  et  $(EJ)$  sont parallèles.

## ★★☆☆☆ Exercice 4.

1. (a)  $\vec{u}(-2; 3)$  est un vecteur directeur de la droite  $(D)$  donc on a d'après le cours  $-b = -2$  et  $a = 3$  soit  $a = 3$  et  $b = 2$ .

Une équation cartésienne de la droite  $(D)$  est :  $3x + 2y + c = 0$ .

Or  $A(-1; 2) \in (D)$  donc on doit avoir  $3x_A + 2y_A + c = 0$  soit  $-3 + 4 + c = 0$  c'est-à-dire  $c = -1$ .

Conclusion :  $(D) : 3x + 2y - 1 = 0$ .

- (b) On teste si les coordonnées du point  $B$  vérifient l'équation de la droite  $(D)$ .

On a  $3x_B + 2y_B - 1 = 3 \times 5 + 2 \times (-7) - 1 = 0$  : on en déduit que le point  $B$  est situé sur la droite  $(D)$ .

2. Déterminons l'équation réduite de la droite  $(D)$ .

$$3x + 2y - 1 = 0 \iff y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

La droite  $(D')$  est parallèle à la droite  $(D)$  : elles ont donc le même coefficient directeur.

On en déduit que  $(D') : y = -\frac{3}{2}x + p$ . Enfin, le point  $H(5; 3)$  est situé sur cette droite  $(D')$  : ses coordonnées doivent donc vérifier l'équation de  $(D')$ .

$$H \in (D') \iff y_H = -\frac{3}{2}x_H + p$$

$$\text{Il vient alors : } 3 = -\frac{3}{2} \times 5 + p \text{ soit } p = \frac{21}{2}$$

$$\text{Conclusion : } (D') : y = -\frac{3}{2}x + \frac{21}{2}$$

## ★★☆☆☆ Exercice 5.

1. On a  $(a; b; c) = (2; -4; 8)$  : un vecteur directeur de la droite  $(d)$  est  $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$  soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

L'équation de la droite  $(d')$  est donnée sous forme réduite avec  $m = -2$  donc un vecteur directeur  $\vec{v}$  de  $(d')$  est  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$  soit  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. On calcule le déterminant des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -10 \neq 0$  : les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ne sont pas colinéaires et ainsi les droites  $(d)$  et  $(d')$  ne sont pas parallèles.

Elles sont donc sécantes.

3. Les droites  $(d)$  et  $(d')$  sont sécantes en un point  $K$  dont les coordonnées sont solutions du système :

$$\begin{cases} 2x - 4y = -8 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

On utilise la méthode de Cramer vu que  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$ .

On a alors :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -8 & -4 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-8 + 28}{10} = 2 \text{ et } y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -8 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{14 + 16}{10} = 3$$

On en déduit que le point  $K$  a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .