

Correction du sujet d'entraînement n°1

Exercice 1 (Formes développées et coefficients)

On considère la fonction polynôme f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 2)^2 - 2(x + 5)$.

1. Développons, réduisons et ordonnons $f(x)$.

Soit $x \in \mathbb{R}$;

$$\begin{aligned} f(x) &= (9x^2 - 12x + 4) - (2x + 10) \\ &= 9x^2 - 12x + 4 - 2x - 10 \\ &= 9x^2 - 14x - 6 \end{aligned}$$

2. $f(x)$ s'écrit sous la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = 9$, $b = -14$ et $c = -6$. Comme $a = 9 \neq 0$, la fonction f est bien une fonction polynôme du second degré.

Exercice 2 (Racines et forme factorisée)

1. $g(x)$ est sous forme factorisée $-3(x + 7)(2x - 1)$.

Les racines de la fonction g sont $x_1 = -7$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$.

h s'annulant en -2 et 5 , sa forme factorisée s'écrit : $h(x) = a(x + 2)(x - 5)$ avec $a \neq 0$.

$$h(0) = 20 \iff -10a = 20 \iff a = -2.$$

Conclusion : l'expression de la fonction h est donc $h(x) = -2(x + 2)(x - 5)$ (ou sous forme développée $h(x) = -2x^2 + 6x + 20$).

Exercice 3 (Forme canonique)

1. — $f_1(x) = -2(x - 4)^2 + 9$ **est sous forme canonique** $a(x - \alpha)^2 + \beta$.

Ses éléments caractéristiques sont $a = -2$, $\alpha = 4$ et $\beta = 9$.

— $f_2(x) = (3x + 1)^2 - 5$ **n'est pas sous forme canonique** car le coefficient de x dans la parenthèse doit être égal à 1.

2. Écrivons $P(x) = x^2 - 6x + 11$ sous sa forme canonique.

Soit $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 - 6x + 11 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 + 11 \\ &= (x - 3)^2 + 2 \end{aligned}$$

Exercice 4 (Somme, produit et racines)

On considère l'équation (E) : $3x^2 - 14x + 8 = 0$.

1. (E) admettant deux racines distinctes x_1 et x_2 , la somme des racines vaut $S = -\frac{b}{a}$ et le produit vaut $P = \frac{c}{a}$. Ici $a = 3$, $b = -14$ et $c = 8$:

$$S = -\frac{-14}{3} = \frac{14}{3} \quad \text{et} \quad P = \frac{8}{3}$$

2. Testons $x = 4$ dans l'équation (E) :

$$\begin{aligned} 3 \times 4^2 - 14 \times 4 + 8 &= 3 \times 16 - 56 + 8 \\ &= 48 - 56 + 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

La valeur 4 vérifie l'équation, donc $x_1 = 4$ est bien une racine de (E).

3. En utilisant, par exemple, le produit $P = x_1 \times x_2 = \frac{8}{3}$ avec $x_1 = 4$:

$$4 \times x_2 = \frac{8}{3} \iff x_2 = \frac{8}{3 \times 4} = \frac{2}{3}$$

Exercice 5 (Tableau de signes)

La fonction $k(x) = -2x^2 + 4x + 6$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = -2$. Comme $a < 0$, la parabole est orientée vers le bas et $k(x)$ est du signe de a (négatif) à l'extérieur des racines $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$, et positif à l'intérieur.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
Signe de $k(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$