★★★☆☆ Exercice 1 — 2 points

On se place dans un repère orthonormal $(\mathrm{O}\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$.
Dans ce repère on considère les droites (d_1) et (d_2) d'équation cartésienne :

$$(d_1)\ :\ 3x+5y-23=0 \quad \text{et} \quad (d_2)\ :\ 5x-3y+7=0$$

1. Démontrer que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.
2. Calculer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites

★★☆☆☆ Exercice 2 — 3 points

On se place dans un repère orthonormal $(\mathrm{O}\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$.
Dans ce repère on considère les points $A(-2\,;10)$ et $B(10\,;-6)$ ainsi que le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$.

1. Déterminer les coordonnées du point Ω centre du cercle $\mathscr{C}$ ainsi que son rayon.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (T) tangente à $\mathscr{C}$ au point A.

★★☆☆☆ Exercice 3 — 3 points

1. Faire le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de $f(x)=6x^2+x+5$.
2. Factoriser, si possible dans $\mathbb{R}$, $g(x)=-36x^2+12x-1$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $8888x^2+7777x-1111=0$.

★★☆☆☆ Exercice 4 — 2 points

Dans cet exercice, vous traiterez, au choix, l'une des deux questions suivantes :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-x^4+4x^2-3=0$ en posant $X=x^2$.
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-x+4\sqrt{x}-3=0$ en posant $X=\sqrt{x}$.

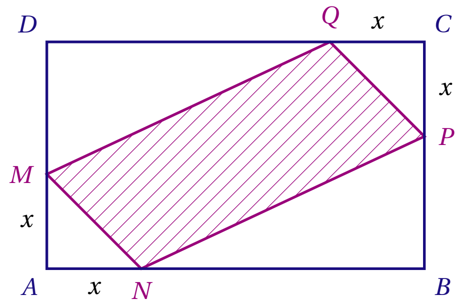
★★☆☆☆ Exercice 5 — 6 points

Soit P la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=-x^3+2x^2+31x+28$.

1. (a) Calculer $P(-4)$.
   (b) Qu'en déduire ?
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que $P(x)=(x+4)(ax^2+bx+c)$.
3. (a) Faire le tableau de signes de $P(x)$ sur $\mathbb{R}$.
   (b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $P(x)\leqslant 0$.

★★★☆☆ Exercice 6 **4 points**

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 10$ et $AD = 6$.
M étant un point du segment $[AD]$, on construit le quadrilatère $MNPQ$ comme indiqué sur la figure ci-dessous, avec $AM = AN = CP = CQ$



On pose $AM = x$ avec $x \in [0;6]$.

1. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle MAN ainsi que l'aire du triangle NBP

2. On note $f(x)$ l'aire du quadrilatère $MNPQ$.

   (a) Démontrer que $f(x) = -2x^2 + 16x$.

   (b) Donner le tableau de variation complet de la fonction f sur $[0;6]$.

   (c) En déduire la valeur maximale de l'aire du quadrilatère $MNPQ$.

   (d) Déterminer les positions éventuelles du point M sur le segment $[AD]$ pour que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ soit égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$.