

**Exercice 1.** En tenant compte des contraintes du milieu naturel dans lequel évoluent les insectes, des biologistes modélisent le nombre d'insectes à l'aide de la suite  $(v_n)$ , définie par :

$$v_0 = 0,3 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad v_{n+1} = 1,6v_n - 1,6v_n^2,$$

où, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  est le nombre d'insectes, exprimé en millions, au bout de  $n$  mois.

1. Déterminer le nombre d'insectes au bout d'un mois.
2. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$  par

$$f(x) = 1,6x - 1,6x^2.$$

- (a) Résoudre l'équation  $f(x) = x$ .
- (b) Montrer que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ .
3. (a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$0 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq \frac{1}{2}.$$

- (b) Montrer que la suite  $(v_n)$  est convergente.  
On note  $\ell$  la valeur de sa limite. On admet que  $\ell$  est solution de l'équation  $f(x) = x$ .
- (c) Déterminer la valeur de  $\ell$  et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Exercice 2.** Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n + 5$

2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \left(\frac{12}{13}\right)^n + 200$

3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n - \sqrt{n}$

4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 14^n + \cos(2n)$

5.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2(-1)^n - n$