

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les trois points :

$$A(1 ; 2 ; -1), B(-3 ; -2 ; 3) \text{ et } C(0 ; -2 ; -3)$$

1.
 - a. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
 - b. Calculer les longueurs AB et AC.
 - c. À l'aide du produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, déterminer la valeur du cosinus de l'angle \widehat{BAC} puis donner une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{BAC} au dixième de degré.
 - d. Démontrer que le vecteur $\vec{n}(2 ; -1 ; 1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).
2. Soit (P) le plan dont une équation cartésienne est $x + y - z + 2 = 0$.
Démontrer que les plans (ABC) et (P) sont perpendiculaires.
3. Soit G le point de coordonnées $(2 ; 0 ; -5)$.
 - a. Démontrer que la droite (CG) est orthogonale au plan (P).
 - b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (CG).
 - c. Déterminer les coordonnées du point H, intersection du plan (P) avec la droite (CG).
4. Soit la sphère (S) de centre G et de rayon 12.
Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'intersection du plan (P) et de la sphère (S).