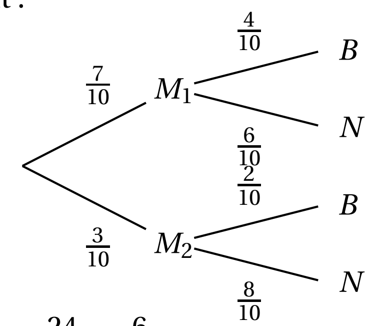
1. On a l'arbre de probabilité suivant :



a. On a $p(M_2) \times p_{M_2}(N) = \frac{3}{10} \times \frac{8}{10} = \dfrac{24}{100} = \dfrac{6}{25}$. Réponse D.

b. On a $p(N) = p(M_1) \times p_{M_1}(N) + p(M_2) \times p_{M_2}(N) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{42}{100} + \frac{24}{100} = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$. Réponse B.

c. Il faut trouver $p_N(M_2) = \dfrac{p(N \cap M_2}{p(N)} = \dfrac{\frac{6}{25}}{\frac{33}{50}} = \frac{6}{25} \times \frac{50}{33} = \dfrac{4}{11}$. Réponse A.

2. **a.** Le nombre de tirages favorables est $\binom{4}{3} = 4$ (tirage de 3 boules jaunes) et $\binom{3}{3} = 1$ (tirage de 3 boules bleues).

La probabilité est donc égale à : $\dfrac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{9}{3}} = \dfrac{4+1}{\frac{9!}{3!6!}} = \dfrac{5}{3 \times 4 \times 7} = \dfrac{5}{84}$. Réponse C.

b. Il y a $4 \times 2 \times 3$ cas favorables. La probabilité cherchée est donc égale à :
$\dfrac{4 \times 2 \times 3}{\frac{9!}{3!6!}} = \dfrac{24}{3 \times 4 \times 7} = \dfrac{2}{7}$. Réponse A.

c. La probabilité de tirer 3 boules jaunes est égale à $\dfrac{4}{\frac{9!}{3!6!}} = \dfrac{4}{3 \times 4 \times 7} = \dfrac{1}{21}$. Donc la probabilité de ne pas avoir un tirage de 3 boules jaunes est égale à $\dfrac{20}{21}$.

La probabilité de ne pas avoir de tirage de 3 boules jaunes en n tirages est donc égale à $\left(\dfrac{20}{21}\right)^n$. La probabilité de l'évènement contraire « obtenir au moins une fois trois boules jaunes » est égale à $1 - \left(\dfrac{20}{21}\right)^n$.

Il faut donc résoudre l'inéquation :
$1 - \left(\dfrac{20}{21}\right)^n \geqslant 0,99 \iff \left(\dfrac{20}{21}\right)^n \leqslant 0,01 \iff n \ln\left(\dfrac{20}{21}\right) \leqslant \ln 0,01 \iff$
$\left(\text{car } \ln\left(\dfrac{20}{21}\right) < 0\right) \quad n \geqslant \dfrac{\ln 0,01}{\ln\left(\frac{20}{21}\right)}$. Or $\dfrac{\ln 0,01}{\ln\left(\frac{20}{21}\right)} \approx 94,4$.

Il faut donc réaliser au moins 95 expériences. Réponse C.