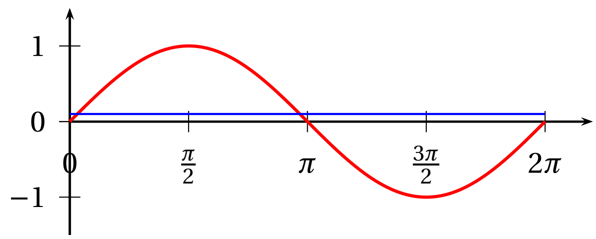
1. Sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$, l'équation $\sin(x) = 0,1$ admet :

a. zéro solution | **b.** une solution
c. deux solutions | **d.** quatre solutions

On peut par exemple dire que la courbe représentant la fonction sinus et la droite d'équation $y = 0,1$ ont deux points d'intersection sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.



Réponse c.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; \pi]$ par $f(x) = x + \sin(x)$.

a. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[0 ; \pi]$
b. La fonction f est concave sur l'intervalle $[0 ; \pi]$
c. La fonction f admet sur l'intervalle $[0 ; \pi]$ un unique point d'inflexion
d. La fonction f admet sur l'intervalle $[0 ; \pi]$ exactement deux points d'inflexion

$f'(x) = 1 + \cos(x)$ et $f''(x) = -\sin(x) \leqslant 0$ sur $[0 ; \pi]$, donc la fonction f est concave sur cet intervalle.

Réponse b.

3. Une urne contient cinquante boules numérotées de 1 à 50. On tire successivement trois boules dans cette urne, **sans remise**. On appelle « tirage » la liste non ordonnée des numéros des trois boules tirées. Quel est le nombre de tirages possibles, **sans tenir compte de l'ordre des numéros** ?

a. 50^3 | **b.** $1 \times 2 \times 3$ | **c.** $50 \times 49 \times 48$ | **d.** $\dfrac{50 \times 49 \times 48}{1 \times 2 \times 3}$

$\dbinom{50}{3} = \dfrac{50 \times 49 \times 48}{1 \times 2 \times 3}$

Réponse d.

4. On effectue dix lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des dix résultats.
Quel est le nombre de listes ordonnées possibles ?

a. 2×10 | **b.** 2^{10}
c. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ | **d.** $\dfrac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10}{1 \times 2}$

Il y a 2 résultats possibles si on effectue 1 lancer, 2^2 résultats possibles si on effectue 2 lancers, etc., 2^{10} résultats possibles si on effectue 10 lancers.

Réponse b.

5. On effectue n lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On considère la liste ordonnée des n résultats.
Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux fois « pile » dans cette liste ?

a. $\dfrac{n(n-1)}{2}$ | **b.** $\dfrac{n(n-1)}{2} \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$
c. $1 + n + \dfrac{n(n-1)}{2}$ | **d.** $\left(1 + n + \dfrac{n(n-1)}{2}\right) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

La variable aléatoire X qui donne le nombre de résultats « pile » sur n lancers suit la loi binomiale de paramètres n et $\frac{1}{2}$.

On cherche $P(X \leqslant 2)$ soit $P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$.

- $P(X=0) = \binom{n}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
- $P(X=1) = \binom{n}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$
- $P(X=2) = \binom{n}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Donc $P(X \leqslant 2) = \left(\frac{1}{2}\right)^n + n\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{n(n-1)}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(1+n+\frac{n(n-1)}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Réponse d.