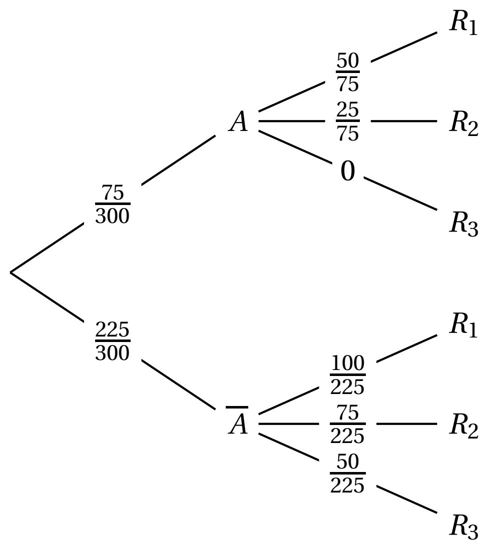
1. On modélise la situation par un arbre pondéré.



2. **a.** La probabilité que la personne interrogée ait suivi une formation avec *conduite accompagnée* et réussi l'examen à sa deuxième présentation est :

$P(A \cap R_2) = P(A) \times P_A(R_2) = \frac{75}{300} \times \frac{25}{75} = \frac{25}{300} = \frac{1}{12}$.

b. La probabilité que la personne interrogée ait réussi l'examen à sa deuxième présentation est égale à $P(R_2)$. A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(R_2) = P(A \cap R_2) + P\left(\overline{A} \cap R_2\right) = \frac{25}{300} + \frac{125}{300} \times \frac{75}{125} = \frac{25}{300} + \frac{75}{300} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}.$$

c. La personne interrogée a réussi l'examen à sa deuxième présentation. La probabilité qu'elle ait suivi une formation avec *conduite accompagnée* est :

$$P_{R_2}(A) = \frac{P(A \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

3. On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite.

Ainsi, $X = 1$ correspond à l'évènement R_1.

a. La loi de probabilité de la variable aléatoire X est :

x_i	1	2	3
$p_i = P(X = x_i)$	$P(R_1)$	$P(R_2)$	$P(R_3)$

- $P(R_1) = P(A \cap R_1) + P\left(\overline{A} \cap R_1\right) = \frac{75}{300} \times \frac{50}{75} + \frac{225}{300} \times \frac{100}{225} = \frac{50}{300} + \frac{100}{300} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$
- $P(R_2) = \frac{1}{3}$
- $P(R_3) = P(A \cap R_3) + P\left(\overline{A} \cap R_3\right) = 0 + \frac{225}{300} \times \frac{50}{225} = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$

Donc la loi de probabilité de la variable aléatoire X est :

x_i	1	2	3
$p_i = P(X = x_i)$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{6}$

b. L'espérance de cette variable aléatoire est : $E(X) = 1 \times \dfrac{1}{2} + 2 \times \dfrac{1}{3} + 3 \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{3} \simeq 1,67$.

Cela veut dire que le nombre de passages pour réussir l'examen est en moyenne de 1,67.

4. On choisit, successivement et de façon indépendante, n personnes parmi les 300 du groupe étudié, où n est un entier naturel non nul. On assimile ce choix à un tirage avec remise de n personnes parmi les 300 personnes du groupe.

On admet que la probabilité de l'évènement R_3 est égale à $\frac{1}{6}$.

a. On cherche un évènement dont la probabilité est égale à $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

$P(R_3) = \frac{1}{6}$ donc $P\left(\overline{R_3}\right) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Le nombre $\frac{5}{6}$ est donc la probabilité de l'événement « R_1 ou R_2 », c'est-à-dire la probabilité qu'une personne prise au hasard réussisse l'examen à la première tentative ou à la deuxième.

La probabilité que n personnes réussissent l'examen à la première ou à la deuxième tentative est de $\left(\frac{5}{6}\right)^n$.

L'événement de probabilité $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$ est l'événement contraire du précédent, donc correspond à l'événement « au moins une personne n'a pas réussi l'examen à la première ou à la deuxième tentative », c'est-à-dire « au moins une personne a réussi l'examen à la troisième tentative ».

On considère la fonction Python **seuil** ci-dessous, où p est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0\,;1[$.

```
def seuil(p) :
    n = 1
    while 1-(5/6)**n <= p :
        n = n+1
    return n
```

b. La valeur renvoyée par **seuil**(0.9) est la première valeur de n pour laquelle $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0,9$.
On pose $u_n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$. On a $u_{12} < 0,9$ et $u_{13} > 0,9$ donc la commande **seuil**(0.9) renvoie la valeur 13.

Il faut donc prendre $n = 13$ personnes sur les 300 pour que la probabilité d'en avoir une qui a réussi l'examen à sa troisième tentative soit supérieure à 0,9.