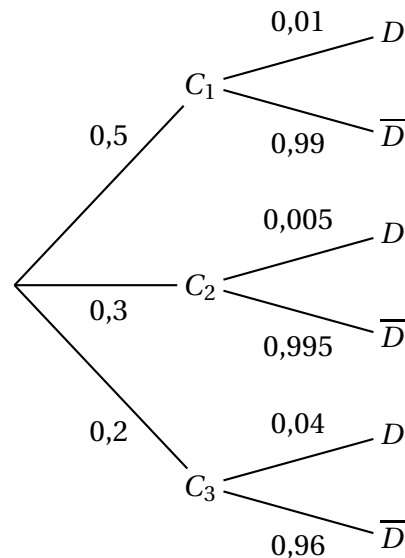

Correction exercice n°5

PARTIE A

1. Représentons la situation par un arbre pondéré :



2. On a :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(C_3 \cap D) &= \mathbf{P}(C_3) \times \mathbf{P}_{C_3}(D) \\
 &= 0,2 \times 0,04 \\
 &= 0,008
 \end{aligned}$$

Conclusion : la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne n° 3 et soit défectueux est égale à 0,008.

3. C_1 , C_2 et C_3 forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(D) &= \mathbf{P}(C_1 \cap D) + \mathbf{P}(C_2 \cap D) + \mathbf{P}(C_3 \cap D) \\
 &= \mathbf{P}(C_1) \times \mathbf{P}_{C_1}(D) + \mathbf{P}(C_2) \times \mathbf{P}_{C_2}(D) + \mathbf{P}(C_3) \times \mathbf{P}_{C_3}(D) \\
 &= 0,5 \times 0,01 + 0,3 \times 0,005 + 0,008 \\
 &= 0,0145
 \end{aligned}$$

4. On cherche $\mathbf{P}_D(C_3)$.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_D(C_3) &= \frac{\mathbf{P}(D \cap C_3)}{\mathbf{P}(D)} \\
 &= \frac{0,008}{0,0145} \\
 &\approx 0,5517 \text{ à } 10^{-4} \text{ près}
 \end{aligned}$$

PARTIE B

1. (a) On a la loi binomiale $\mathcal{B}(20 ; 0,0145)$, donc la probabilité qu'un lot possède exactement trois composants défectueux sur 20 est égale à :

$$\mathbf{P}(X = 3) = \binom{20}{3} 0,0145^3 \times (1 - 0,0145)^{17} \text{ soit } \mathbf{P}(X = 3) \approx 0,0027 \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

- (b) La probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux est égale à $\mathbf{P}(X = 0)$.

$$\text{Or } \mathbf{P}(X = 0) = \binom{20}{0} 0,0145^0 \times (1 - 0,0145)^{20} \text{ soit } \mathbf{P}(X = 0) \approx 0,7467 \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

Donc la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux est

$$\mathbf{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbf{P}(X = 0)$$

On en déduit que $\mathbf{P}(X \geq 1) = 1 - 0,74667 \approx 0,2533$.

2. Dans cette configuration, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,0145$.

$$\mathbf{P}(X = 0) = \binom{n}{0} 0,0145^0 \times (1 - 0,0145)^n = 0,9855^n.$$

À la calculatrice on a : $0,9855^{11} > 0,85$ et $0,9855^{12} < 0,85$

11 composants au maximum par lot conviennent : le directeur a raison.

PARTIE C

Le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise est égal à :

$$0,5 \times 15 + 0,3 \times 12 + 0,2 \times 9 = 7,5 + 3,6 + 1,8 = 12,9$$

soit 12,90 € par composant.