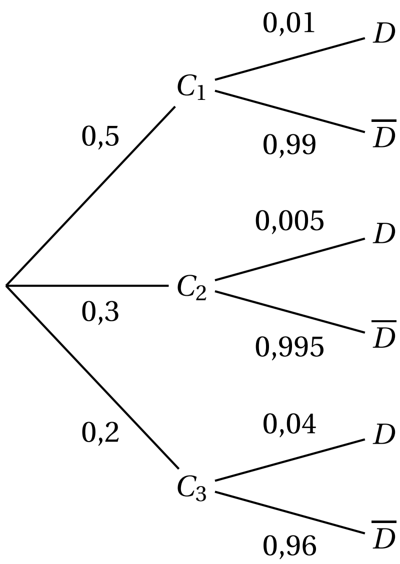
Correction exercice n°5

PARTIE A

1. Représentons la situation par un arbre pondéré :



2. On a :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(C_3 \cap D) &= \mathbf{P}(C_3) \times \mathbf{P}_{C_3}(D)\\ &= 0,2 \times 0,04\\ &= 0,008\end{aligned}$$

Conclusion : la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne n° 3 et soit défectueux est égale à $0,008$.

3. C_1, C_2 et C_3 forment une partition de l'univers.
D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(D) &= \mathbf{P}(C_1 \cap D) + \mathbf{P}(C_2 \cap D) + \mathbf{P}(C_3 \cap D)\\ &= \mathbf{P}(C_1) \times \mathbf{P}_{C_1}(D) + \mathbf{P}(C_2) \times \mathbf{P}_{C_2}(D) + \mathbf{P}(C_3) \times \mathbf{P}_{C_3}(D)\\ &= 0,5 \times 0,01 + 0,3 \times 0,005 + 0,008\\ &= 0,0145\end{aligned}$$

4. On cherche $\mathbf{P}_D(C_3)$.

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_D(C_3) &= \frac{\mathbf{P}(D \cap C_3)}{\mathbf{P}(D)}\\ &= \frac{0,008}{0,0145}\\ &\approx 0,5517 \quad \text{à } 10^{-4} \text{ près}\end{aligned}$$

.

PARTIE B

1. (a) On a la loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;\,0,0145)$, donc la probabilité qu'un lot possède exactement trois composants défectueux sur 20 est égale à :

   $\mathbf{P}(X=3)=\binom{20}{3}0,0145^3\times(1-0,0145)^{17}$ soit $\mathbf{P}(X=3)\approx 0,0027$ à 10^{-4} près.

   (b) La probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux est égale à $\mathbf{P}(X=0)$.

   Or $\mathbf{P}(X=0)=\binom{20}{0}0,0145^0\times(1-0,0145)^{20}$ soit $\mathbf{P}(X=0)\approx 0,7467$ à 10^{-4} près.

   Donc la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux est

   $$\mathbf{P}(X\geqslant 1)=1-\mathbf{P}(X=0)$$

   On en déduit que $\mathbf{P}(X\geqslant 1)=1-0,74667\approx 0,2533$.

2. Dans cette configuration, X suit la loi binomiale de paramètres n et $p=0,0145$.

   $\mathbf{P}(X=0)=\binom{n}{0}0,0145^0\times(1-0,0145)^n=0,9855^n$.

   À la calculatrice on a : $0,9855^{11}>0,85$ et $0,9855^{12}<0,85$

   11 composants au maximum par lot conviennent : le directeur a raison.

PARTIE C

Le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise est égal à :

$$0,5\times 15+0,3\times 12+0,2\times 9=7,5+3,6+1,8=12,9$$

soit 12,90 € par composant.